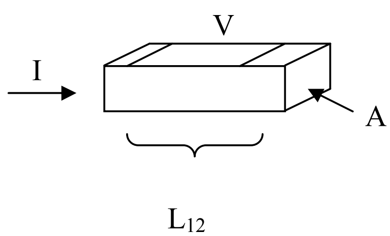
Medición de la resistividad eléctrica por un método inductivo

Introducción

La ley de Ohm para materiales homogéneos e isótropos, vincula linealmente el campo eléctrico E(x) con la densidad de corriente J(x) a través de un escalar, de modo que E = ρ J, donde ρ es la resistividad eléctrica del medio.

Dado que un campo eléctrico está asociado a una diferencia de potencial $V_{12} = \int_1^2 E.dl$, resulta para una geometría unidimensional, V_{12} = R I, donde R = ρ A/L_{12} y la corriente I = J A, siendo L_{12} la distancia entre contactos de tensión y A el área de la sección transversal.



La resistividad puede entonces medirse determinando la diferencia de potencial generada por la corriente aplicada.

También es posible determinar ρ con un método inductivo. Esto tiene gran utilidad cuando es difícil determinar ρ eléctricamente (Por ejemplo cuando?)

Se describe a continuación un método alternativo inductivo, que hace uso de la susceptibilidad ac de un metal y su relación con la resistividad del mismo.

La magnetización M(t) por unidad de longitud de un conductor cilíndrico infinito de radio *a* (o sea, un cilindro en el que es posible despreciar efectos de borde) sometido a un campo magnético alterno uniforme
$H = H_0\, e^{-iwt}$ es:

$$M = \pi a^2 \chi H \quad (1)$$

donde la susceptibilidad se expresa como

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{2J_1(ka)}{kaJ_0(ka) - 1} \quad (2)$$

J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de de primer especie, k = (1+ i) δ, donde

$$\delta = (\frac{2\ \rho}{\mu\ \omega})^{1/2}$$

$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ T m/A es la permeabilidad magnética del vacío y ω = 2πf, donde f es la frecuencia del campo ac

Dado que la distancia pelicular de penetración del campo ac, δ, es función de la resistividad del material, la medición de la susceptibilidad ac permite la determinación de la resistividad eléctrica.

La susceptibilidad es una cantidad compleja (Ec (2)) dependiente del producto ka, o bien de a/δ. Es útil introducir la variable ***x***, dada por:

$$x = \frac{a^2}{\delta^2} = 4\pi^2 10^{-7} a^2 \frac{f}{\rho} = Ca^2 \frac{f}{\rho} \quad (3)$$

con C = $3.95.10^{-6}$

Además, tan (α) = χ ' / χ" = z puede relacionarse con la variable ***x*** mediante:

$$\boldsymbol{x} = -0.01 + 3.06\ z - 0.105\ z^2 + 0.167\ z^3$$

(Ver Y. Kraftmakher, Am. J. Phys. **68** 375 (2000)). Es decir, que midiendo la fase α, se puede determinar ***x*** y de la ecuación (3) determinar ρ.

Dispositivo y arreglo experimental

Si por un solenoide circula una corriente I, dentro del mismo se genera un campo magnético (*H*) que cumple

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{nI}{l} \qquad (2)$$

donde l es la longitud del solenoide y n el número de espiras y μ_0 la permeabilidad magnética del vacío.

Si un campo magnético variable B atraviesa un solenoide de N vueltas y área A, se establece una diferencia de potencial eléctrico o f.e.m, ε, sobre los extremos del mismo dada por

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (3)$$

donde

$$\Phi_B = \int B dA \qquad (4)$$

Ahora, si expresamos la corriente en el primario como $I = I_0 e^{-i\omega t}$, donde ω es la frecuencia angular de la corriente, basándonos en las ecuaciones (2) y (3) el campo generado por el primario es $H = H_0\ e^{-iwt}$ y el potencial V inducido en el circuito secundario es:

$$V \propto -i\omega H_0 \mu_0 e^{-i\omega t} \qquad (5)$$

en el vacío.

En el caso en que hubiera un medio homogéneo y conductor dentro del solenoide, se debe tener en cuenta la permeabilidad magnética efectiva del material, y la ecuación (5) resulta

$$V \propto -i\omega H_0 \mu_0 \mu_r e^{i\omega t}$$

donde $\mu_r = 1+\chi$ es la permeabilidad compleja relativa del material, y χ su susceptibilidad (también compleja), Ahora, si se construye un transformador diferencial y se coloca la muestra en uno de los dos secundarios que están bobinados en contrafase, despreciando posibles diferencias entre las señales inducidas en los secundarios en vacío, (muestre que) la señal medida en el secundario es proporcional a la susceptibilidad :

$$V \propto -i\omega\mu_0 H_0 (\chi' + i\chi'') e^{i\omega t} \qquad (6)$$

es decir que V presenta una componente en fase con la señal de entrada y una a $\frac{\pi}{2}$ de la misma. El voltaje, por lo tanto, se presenta como $V = V' + iV''$ y cada componente se relaciona con χ de la siguiente forma

$$-\frac{V''}{\omega} \propto \chi' \quad \text{y} \quad \frac{V'}{\omega} \propto \chi'' \qquad (7)$$

Dado que para determinar la resistividad es conveniente hacer mediciones en función de frecuencia, estime el rango de frecuencias en que le conviene medir para determinar la ρ de Al, Cu, etc, de modo que δ varíe desde valores menores a mayores que el radio a. (Por qué?)

Dispondrá de una PC convencional con un software adecuado para la adquisición automatizada. Dicho software era un programa hecho en Microsoft Q Basic.

-Un Lock-In Amplifier SR-830 Stanford Research Systems con fuente de alimentación interna.

-El transformador diferencial

-Una barra de aluminio y una de cobre.

Dichos componentes se muestran en las figuras 1 y 2.

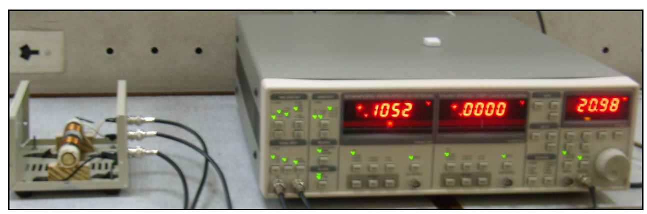


Figura 1: Foto del transformador diferencial y el amplificador Lock-in

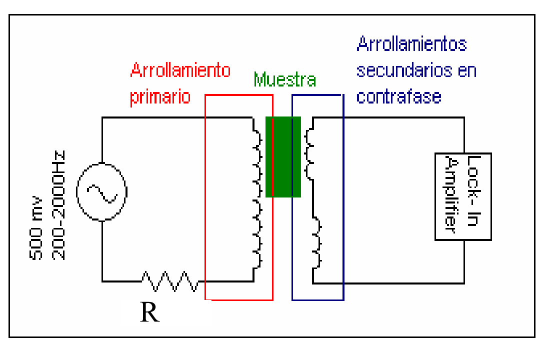


Figura 2: Esquema del dispositivo experimental

Como el transformador diferencial no es "perfecto" habrá una señal aun sin muestra. Será necesario medirla en función de la frecuencia? Por que?

1) Como funciona un amplificador Lock-in.?

2) Tenga cuidado con la tensión de alimentación del primario, y con la tensión que va a medir. Este instrumento es muy sensible.

3) Que valor de R pondría en serie con el primario para asegurar que tiene corriente constante en el primario, independiente de la frecuencia?

4) Caracterice el sistema de bobinas, su comportamiento en frecuencia, etc.

5) La medición de resistividad, implica que la muestra está en respuesta lineal. Cómo lo verifica antes de empezar a medir?

Bibliografía

- Jackson, John D. "Electrodinámica Clásica". (Ed. Alambra, 1966)
- Halliday,D; Resnick, Robert. "Física" Parte II. (C.E.C.S.A., 1973)
- Kraftmakher, Yaakov. "Eddy currents: Contactless measurement of electrical resistivity". Am.. J. Phys.**68**, 375-379 (2000)
-Landau and Lifshitz, "Electrodynamics of Continuous Media". Pergamon, Oxford.
- John H. Scofield, "A Frequency-Domain description of a Lock-In Amplifier". Am. J. Phys. **62**, 129 (1994)