

FÍSICA TEÓRICA 1 - 1er. Cuatrimestre 2009

Guía 4: Ondas

1. *Análisis de las experiencias de Wiener:* En 1890, Wiener realizó tres experiencias para demostrar la existencia de ondas electromagnéticas estacionarias y comprobar cuál de los dos campos (eléctrico o magnético) es el vector óptico (es decir, el causante de la sensación luminosa). Dichas experiencias consistieron en: 1) Hacer incidir una onda plana con polarización lineal, normalmente sobre un espejo. 2) Hacer incidir una onda plana TE sobre un espejo con un ángulo de incidencia de 45° . 3) Ídem que el anterior, pero TM. En cada caso Wiener interpuso una película fotográfica muy delgada en la posición indicada en la figura: Wiener encontró que, al revelar la película, aparece un patrón de rayas negras (correspondientes a mínimos de intensidad sobre el negativo de la película) diferente en cada caso. Predecir el espaciamiento entre las rayas negras despreciando atenuaciones o reflexiones en la película fotográfica. (Para más detalles, ver: Longhurst, *Geometrical and Physical Optics*, Longman, 21-10.)

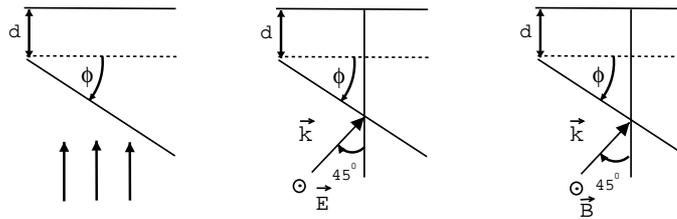


Fig. 1: Problema 1

2. Una lámina dieléctrica de constante ϵ_2 y espesor d separa a dos medios semiinfinitos de constantes ϵ_1 y ϵ_3 , respectivamente ($\mu = 1$ en todo el espacio). Una onda plana incide sobre la interfase que separa los medios 1 y 2, formando un ángulo θ con la normal
- Escriba el sistema de ecuaciones que determina los campos eléctricos y magnéticos en los tres medios.
 - Resuelva las ecuaciones para los campos suponiendo incidencia normal ($\theta = 0$).
 - Para incidencia normal, calcule el promedio temporal de los vectores de Poynting de las ondas en los medios 1 y 3.
 - Para $\theta = 0$, encuentre qué condiciones deben cumplir d , ϵ_1 , ϵ_2 y ϵ_3 para que no haya onda reflejada en el medio 1.
 - Dadas las condiciones del ítem anterior, encuentre el promedio temporal de los vectores de Poynting en los medios 1 y 3. ¿Puede anticipar el resultado?
3. Una onda electromagnética plana polarizada a 45° respecto del plano de incidencia es totalmente reflejada en un prisma al cual entra y sale normalmente a las respectivas caras. Demostrar que la intensidad del rayo emergente es $16n^2/(1+n)^4$ veces la intensidad incidente, donde n es el índice de refracción del material del prisma. Demostrar que el rayo emergente está elípticamente polarizado, con un desfase entre las componentes linealmente polarizadas dado por $\tan(\phi/2) = \cos(\theta) \sin^{-2} \theta (\sin^2(\theta) - n^{-2})^{1/2}$, donde θ es el ángulo de incidencia en la cara posterior del prisma. No considerar reflexiones múltiples.

4. Demostrar que una onda plana que incide sobre la superficie de separación de dos dieléctricos ejerce una presión de radiación:

$$p_{\text{rad}} = \frac{1}{8\pi} \left(\epsilon_1 [E_{\text{inc}}^2 + E_{\text{ref}}^2] \cos^2(\theta_{\text{inc}}) - \epsilon_2 E_{\text{trans}}^2 \cos^2(\theta_{\text{trans}}) \right)$$

donde ϵ_1 es la constante del medio de incidencia, y ϵ_2 es la constante del medio refractante. *Sugerencias:* Plantear la conservación del impulso lineal en término de promedios temporales. Recuerde que si dos campos vectoriales $\vec{A}(\vec{x}, t)$ y $\vec{B}(\vec{x}, t)$ son armónicos, el promedio temporal de su producto escalar es:

$$\langle \text{Re}[\vec{A}] \cdot \text{Re}[\vec{B}] \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{A} \cdot \vec{B}^*]$$

¿Depende la presión de si la onda está polarizada en modo TE o TM? ¿Es lícito inferir a partir de ahí algo respecto a la presión de una onda que sea superposición de ambos modos?

5. (a) Hallar la presión de radiación producida por una onda plana que incide normalmente sobre una superficie conductora. Tomar el límite para el caso de conductividad infinita, y verificar que en ese caso la presión de radiación es igual a la densidad de energía electromagnética de la onda.

- (b) Demostrar que la densidad de energía y la presión ejercida son también iguales en el caso en que la onda incide normalmente sobre una superficie totalmente absorbente.
- (c) ¿Qué radio debe tener una esfera hecha de un material con densidad 1 g cm^{-3} que absorbe toda la luz que le llega, para que la presión de radiación de la luz solar compense la atracción gravitatoria del Sol? Aproximar la potencia de la radiación luminosa solar por $P = 4 \times 10^{26}\text{ W}$.
6. Una onda plana linealmente polarizada con polarización TM y amplitud E_0 incide desde el vacío sobre un medio de constante dieléctrica $\epsilon = \epsilon_r + i\epsilon_i$ de espesor d con incidencia normal.
- (a) Calcule el módulo de \vec{E} de la onda reflejada y su desfase respecto de la incidente.
- (b) Calcule el flujo del vector de Poynting (en promedio temporal) de la onda transmitida.
- (c) Relacione este resultado con áquel que obtendría si el medio estuviese caracterizado por σ finita y ϵ real.
7. Cuando rayos X inciden sobre la superficie de un metal con un ángulo mayor que un cierto ángulo crítico θ_0 sufren reflexión total. Calcular θ_0 como función de la frecuencia de los rayos X para el caso de polarización en la dirección perpendicular al plano de incidencia (modo TE). Calcular la constante dieléctrica del metal aproximando a los electrones en su interior como libres, con una densidad $n \approx 10^{11}\text{ cm}^{-3}$, y despreciando el efecto de los átomos, por ser estos mucho más pesados.
8. (a) Deducir la expresión para la longitud de atenuación de una onda electromagnética plana que se propaga en un medio conductor, en los casos límites de buen y mal conductor. Calcule la longitud de atenuación en cobre para una frecuencia de 60 Hz ($\sigma \approx 5 \times 10^{17}\text{ s}^{-1}$), y para ondas de radio de 100kHz en agua de mar ($\sigma \approx 5 \times 10^{10}\text{ s}^{-1}$).
- (b) Demostrar que para un buen conductor coeficiente de reflexión es aproximadamente $r \approx 1 - 2\delta\omega/c$ donde δ es la longitud de atenuación.
9. *Rotación de Faraday*: Un “plasma tenue” consiste en n cargas eléctricas libres por unidad de volumen, de masa m y carga e . Si se hacen incidir ondas electromagnéticas planas en el plasma, suponiendo que la densidad es uniforme y que las interacciones entre las cargas pueden despreciarse:
- (a) Encontrar la conductividad σ en función de ω .
- (b) Hallar la relación de dispersión (es decir, la relación entre k y ω).
- (c) Calcular el índice de refracción en función de ω . ¿Qué sucede si $\omega < \omega_p$? (ω_p es la frecuencia de plasma, definida por $\omega_p \equiv \frac{4\pi n e^2}{m}$).
- (d) Supongamos ahora el mismo escenario en presencia de un campo magnético externo \vec{B}_{ext} . Considerando ondas planas que se propagan en dirección paralela a \vec{B}_{ext} , mostrar que el índice de refracción es diferente para ondas polarizadas circularmente en dirección izquierda y derecha (asumir que el campo magnético de la onda plana es despreciable frente a \vec{B}_{ext}).
- (e) Concluir del punto anterior que el plano de polarización de una onda plana linealmente polarizada propagándose en dirección paralela al campo magnético externo, rota en un ángulo proporcional a la distancia que viaja la onda. Calcular la constante de proporcionalidad.
- (f) La rotación de Faraday que sufre la radiación de objetos extragalácticos en el rango de ondas de radio aporta evidencia de la existencia de un campo magnético en la Vía Láctea de aproximadamente 3μ Gauss, uniforme sobre distancias del orden de 1 kpc (1 pc = 3.26 años luz). Utilizar la fórmula deducida en el punto anterior para verificar que la rotación del plano de polarización en un campo de esa intensidad y extensión es de aproximadamente 15° para longitudes de onda de 1 cm (suponer una densidad de electrones libres de $3 \times 10^{-2}\text{ cm}^{-3}$).

Preguntas Molestas

- ¿En qué situaciones no son válidas las relaciones de Fresnel entre amplitudes incidente, reflejada y transmitida?
- ¿Por qué la presión de radiación no depende de la polarización de la onda incidente?
- Desde el punto de vista cuántico, la presión de radiación se calcula teniendo en cuenta el impulso lineal transportado por los fotones. Con esto en mente, ¿qué sugieren los resultados de los problemas sobre la relación entre la energía y el impulso de un fotón?
- Las ondas electromagnéticas que se propagan en un medio de índice de refracción inhomogéneo, ¿son transversales?
- ¿Por qué la velocidad de transporte de la energía no puede estar dada por la velocidad de fase?