Física Teórica 3 – 1er. cuatrimestre de 2012

Guía 4: *Gas ideal*

1. Considere un gas ideal monoatómico en el ensemble microcanónico.

   (a) Calcule el volumen del espacio de fases encerrado por la superficie de energía E.

   (b) De lo hallado en el punto anterior obtenga la entropía.

   (c) De la expresión obtenida para la entropía despeje la energía, la temperatura, la capacidad calorífica a volumen constante y la ecuación de estado.

2. Considere un gas ideal monoatómico en el ensemble canónico.

   (a) Escriba la expresión de la función de partición Z_N de dicho sistema y factorice la misma como producto de funciones de partición individuales Z_i de cada una de las partículas del gas.

   (b) Haga el cálculo de la función de partición de una partícula y obtenga expresiones para la energía interna, la entropía y la ecuación de estado; compare con lo obtenido en el problema anterior.

3. **Paradoja de Gibbs**. Una forma alternativa de calcular la entropía de un gas ideal es suponer que todas las partículas tienen la misma energía, de acuerdo a la temperatura del gas, y que el volumen V que ocupan está dividido en pequeñas celdas, de tamaño dictado por la longitud de onda de De Broglie de las partículas. Así, el problema se reduce a contar el número de formas posibles de distribuir a las N partículas en las n celdas.

   (a) Considerando a las moléculas como indistinguibles y tratándose de un gas monoatómico con $E = \frac{3}{2}kT$, muestre que la entropía tiene la forma
   $$S = Nk\left\{\ln\left(\frac{V}{N}\right) + \frac{3}{2}\ln T + \text{cte.}\right\}.$$

   (b) Muestre que si se hubiese considerado en el punto anterior a las moléculas como distinguibles, la entropía sería idéntica a la obtenida en los dos problemas anteriores, salvo constantes aditivas.

   (c) Muestre que la entropía hallada en el punto anterior se comporta como una función no extensiva.

   (d) Redefina las funciones de partición microcanónica y canónica en los dos problemas anteriores para que den una expresión para la entropía como la del punto (a).

4. Pathria, problemas 2.8 y 2.9

   (a) Repita el problema 1 para un gas ideal ultrarrelativista ($\epsilon = pc$). Para eso, demuestre que el volumen encerrado por una superficie definida por la condición $\sum_{i=1}^{n} |\mathbf{r}_i| = R$ es $(8\pi R^3)^n/(3n)!$, donde $\mathbf{r}_i$ son vectores en un espacio de 3 dimensiones. Generalice sus resultados para un gas en un número de dimensiones espaciales $d > 1$ arbitrario.

   (b) Resuelva por separado el caso $d = 1$. Compare la termodinámica de un gas unidimensional de $3N$ partículas con la de un gas tridimensional de N partículas.