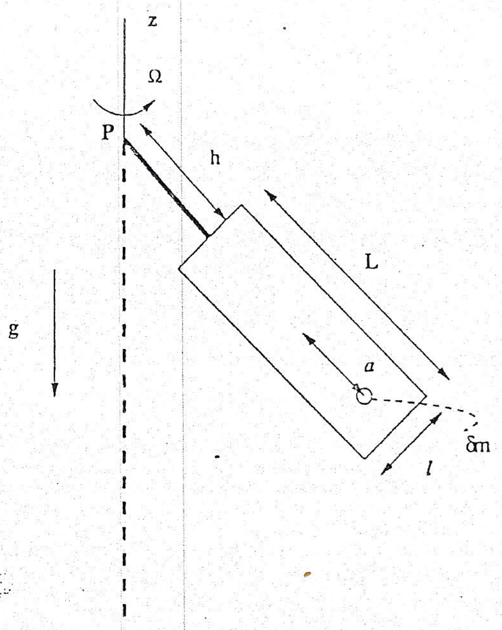

Mecánica Clásica

Segundo Cuatrimestre 2003. Segundo Parcial

Problema 1: Sea una placa rectangular de lados L y l y masa M a la que se le practica un orificio a una distancia a de su centro geométrico extrayéndole un masa δm. El sistema resultante cuelga de una varilla sin masa y de longitud h como se muestra en la figura. El sistema placa-varilla oscila respecto de la vertical y rota alrededor del eje z con velocidad angular constante Ω. Se conocen los momentos principales de inercia de la placa rectangular de masa M.

(a) Escriba el Lagrangiano del sistema. ¿ Qué magnitudes se conservan?.
(b) Encuentre el Hamiltoniano.
(c) ¿ Existe alguna posición de equilibrio estable?

Problema 2: Sea el lagrangiano $L = m\dot{q}^2/2 - \frac{1}{2}\,k\,q^2 + \lambda\,\dot{q}\,q$.

(a) Encuentre el Hamiltoniano. ¿ Coincide con la energía mecánica total ?
(b) Encuentre la función generatriz de la transformación canónica que convierte el hamiltoniano encontrado en $\frac{1}{2\,m}\,P^2 + \frac{1}{2}\,k\,Q^2$. Use los corchetes de Poisson para verificar que la transformación es canónica.

Problema 3: Una partícula de masa m desliza bajo la acción de la gravedad por un alambre con forma parabólica ($z = \frac{1}{2}\alpha^2\,\rho^2$), donde z es la coordenada vertical y ρ la coordenada radial en el plano perpendicular al eje z. El cable rota alrededor del eje z con velocidad angular constante Ω.

(a) Encuentre el Hamiltoniano del sistema.
(b) Dibuje las curvas en el espacio de fases y de una descripción cualitativa del movimiento, considerando los casos $g\,\alpha^2 > \Omega^2$ y $g\,\alpha^2 < \Omega^2$ separadamente.
(c) ¿ Es posible definir una variable de acción ?. Justifique y si es posible halle una expresión integral para la misma.

Problema 4: El movimiento unidimensional de una partícula de masa m sujeta a una fuerza gravitatoria constante en la dirección y, está descripto por el hamiltoniano $H = \sqrt{c^2p^2 + (m\,c^2)^2} + m\,g\,y$. A $t = 0$ la masa parte del reposo desde $y = 0$.

(a) Escriba y resuelva la ecuación de Hamilton-Jacobi encontrando $y(t)$, $\forall t > 0$.
(b) Analice el límite de la solución para $g\,t << c$.